

منطق و حساب گزاره‌ها

ترجمه برای دانش‌آموزان

Basic Logical Operations

This section discusses the three basic logical operations of conjunction, disjunction, and negation which correspond, respectively, to the English words "and", "or", and "not".

Conjunction, $p \wedge q$

Any two propositions can be combined by the word "and" to form a compound proposition called the *conjunction* of the original proposition. Symbolically,

$$p \wedge q$$

read " p and q ", denotes the conjunction of p and q . Since $p \wedge q$ is a proposition it has a truth value, and this truth value depends only on the truth value of p and q . Specifically:

Definition 4.1: If p and q are true, then $p \wedge q$ is true; otherwise $p \wedge q$ is false.

The truth value of $p \wedge q$ may be defined equivalently by the table in Fig. 4-1 (a). Here, the first line is a short way of saying that if p is true and q is true, then $p \wedge q$ is true. The second line says that if p is true and q is false, then $p \wedge q$ is false. And so on. Observe that there are four lines corresponding to the four possible combinations of T and F for the two subpropositions p and q . Note that $p \wedge q$ is true only when both p and q are true.

مقدمه

بسیاری از اثبات‌ها در ریاضیات و بسیاری از الگوریتم‌ها در علوم رایانه از عبارت‌های منطقی مانند «اگر p آن گاه q » یا «اگر p_1 یا p_2 ، آن گاه q یا q_1 یا q_2 » بهره می‌گیرند.

بنابراین ضروری است که حالت‌های درستی یا نادرستی این عبارات را بدانیم: ارزش درستی این گونه عبارات را از کجا بدانیم. ما در این بخش درباره این موضوع‌ها بحث می‌کنیم. همچنین ارزش درستی عبارات‌های سوروی را بررسی خواهیم کرد که در آن‌ها از سورهای منطقی مانند «به ازای هر...» و «وجود دارد...» استفاده شده است.

گزاره‌ها و گزاره‌های ترکیبی

گزاره (یا عبارت) جمله‌ای است خبری که درست یا نادرست (و نه هر دو) باشد. برای مثال، هشت جمله زیر را در نظر بگیرید:

(i) پاریس در فرانسه است.

$$1 + 1 = 2 \text{ (ii)}$$

$$2 + 2 = 3 \text{ (iii)}$$

(iv) لندن در دانمارک است.

$$9 < 6 \text{ (v)}$$

(vi) یک جواب (معادله) $x = 2$ ، $x^2 = 4$ است.

(vii) شما کجا می‌روید؟

(viii) تکالیف را انجام بده.

به جز دو مورد (vii) و (viii) همه جملات ما گزاره‌اند.

علاوه بر آن، (i)، (ii) و (vi) درست‌اند، در حالی که (iii)، (iv) و (v)

نادرست هستند.

ترکیب گزاره‌ها

بسیاری از گزاره‌ها مرکب هستند، یعنی ترکیبی از زیر گزاره‌ها (گزاره‌های ساده) و ادات گوناگون ربط‌اند که به ترتیب بحث خواهند شد. چنین گزاره‌های ترکیبی را **گزاره‌های مرکب** می‌نامند. یک گزاره را ساده می‌نامیم اگر نتوانیم آن را به گزاره‌های ساده‌تر خرد کنیم (به گزاره‌های ساده‌تر شکسته نشود). یعنی گزاره‌ای مرکب نباشد.

1. proof	اثبات	2. Algorithm	الگوریتم
3. Computer Sciences	علوم رایانه	4. Logical	منطقی
5. Necessary	ضروری	6. Expressions	عبارت‌ها
7. Discuss	بحث	8. Investigate	بررسی کردن
9. Logical quantifiers	سورهای منطقی	10. Propositional calculus	حساب گزاره‌ها
11. Sentences	جمله‌ها	12. True	درست
13. False	نادرست		



■ Logic and Propositional Calculus

4.1 Introduction

Many proofs in mathematics and many algorithms in computer sciences use logical expressions such as

"IF p THEN q " or "IF p_1 AND p_2 , THEN q_1 OR q_2 "

It is therefore necessary to know the cases in which these expressions are either TRUE or FALSE: what we refer to as the truth value of such expressions. We discuss these issue in this section.

We also investigate the truth value of quantified statements, which are statements which use the logical quantifiers "for every" and "there exists".

4.2 Propositions and Compound Propositions

A *proposition* (or *statement*) is a declarative sentence which is true or false, but not both. Consider, for example, the following eight sentences:

- (i) Paris is in France.
- (ii) $1+1=2$.
- (iii) $2+2=3$.
- (iv) London is in Denmark.
- (v) $9 < 6$.
- (vi) $x=2$ is a solution of $x^2=4$.
- (vii) Where are you going?
- (viii) Do your homework.

All of them are propositions except (vii) and (viii). Moreover, (i), (ii), and (vi) are true, whereas (iii), (iv), and (v) are false.

■ Compound Propositions

Many propositions are *composite*, that is, composed of *subpropositions* and various connectives discussed subsequently. Such composite propositions are called *compound propositions*. A proposition is said to be *primitive* if it cannot be broken down into simpler propositions, that is, if it is not composite.

